

मानक विचलन (Standard Deviation)

मानक विचलन विचलनशीलता के लिए सर्वाधिक प्रयोग में आने वाला गुणांक है। यह सभी प्राप्तांकों के मान के ऊपर आधारित होता है। सभी प्राप्तांकों के उनके मध्यमान से लिये गये विचलनों के वर्गों के औसत के वर्गमूल को मानक विचलन कहते हैं। दूसरे शब्दों में यदि सभी प्राप्तांकों का उनके मध्यमान से विचलन या अन्तर लेकर इन अन्तरों का वर्ग करके जोड़ ले तथा इस योगफल को प्राप्तांकों की संख्या से भाग करके प्राप्त भागफल का वर्गमूल ज्ञात कर लें तो मानक विचलन प्राप्त हो जायेगा। मानक विचलन का मान सदैव धनात्मक होता है। मानक विचलन को S.D. या σ (ग्रीक अक्षर सिग्मा) से व्यक्त करते हैं। अतः

$$\text{मानक विचलन S.D.} = \sqrt{\frac{\sum (X - M)^2}{N}}$$

जहाँ X = प्राप्ति

M = मध्यमान

$\sum (X - M)^2$ = प्राप्तांकों का मध्यमान से लिए विचलनों के वर्गों का योग

N = प्राप्तांकों की कुल संख्या

क्योंकि सुविधा के लिए मध्यमान से प्राप्तांकों के विचलनों अर्थात् $X - M$ को x (छोटे एक्स) अक्षर से लिखते हैं; इसलिए मानक विचलन के सूत्र को निम्न ढंग से भी लिखा जा सकता है -

$$\text{मानक विचलन, } \sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}}$$

उदाहरण : प्राप्तांक 8, 9, 10, 13, 15 का मानक विचलन ज्ञात करो।

हल : मानक विचलन ज्ञात करने के लिए सबसे पहले मध्यमान ज्ञात करना होगा। तत्पश्चात् प्रत्येक प्राप्तांक से मध्यमान घटाकर प्राप्त विचलनों का योग करके विचलन के वर्गों का योग ज्ञात किया जायेगा, जिनके औसत का वर्गमूल ही मानक विचलन होगा। यह सभी सोपान गारण्डी से निम्नवत ढंग से सम्पादित किये जा सकते हैं—

गारण्डी 119

X	x अथवा $X - M$	x^2 अथवा $(X - M)^2$
15	15 - 11 = 4	16
13	13 - 11 = 2	4
10	10 - 11 = -1	1
9	9 - 11 = -2	4
8	8 - 11 = -3	9
$\sum X = 55$	$\sum x = 0$	$\sum x^2 = 34$

$$\text{मध्यमान, } M = \frac{\sum X}{N}$$

गारण्डी से $\sum X = 55$ तथा $N = 5$, अतः सूत्र में मान रखने पर

$$M = \frac{55}{5} \\ = 11$$

$$\text{मानक विचलन, } \sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}}$$

सारणी से स्पष्ट है कि $\sum x^2 = 34$, तथा $N = 5$ अतः मानक विचलन के सूत्र में मान रखने पर

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{34}{5}} \\ &= \sqrt{6.8} \\ &= 2.61\end{aligned}$$

विशेष : कभी-कभी मध्यमान से विचलन ज्ञात करके, विशेषकर जब मध्यमान दशमलव संख्या में आता है, मानक विचलन ज्ञात करना कठिन व समयव्ययी होता है। ऐसी परिस्थिति में विभिन्न प्राप्तांकों के मध्यमान से विचलन ज्ञात किये बिना ही निम्न सूत्र से मानक विचलन ज्ञात किया जा सकता है।

$$\text{मानक विचलन, S.D.} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N} - \left(\frac{\sum X}{N}\right)^2}$$

जहाँ $\sum X$ = प्राप्तांकों का योग

$\sum X^2$ = प्राप्तांकों के वर्गों का योग

N = प्राप्तांकों की संख्या

उदाहरण : 16, 15, 14, 11, 18, 12 का मानक विचलन ज्ञात करो।

हल : मानक विचलन ज्ञात करने का सूत्र हैं :-

$$\text{S.D.} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N} - \left(\frac{\sum X}{N}\right)^2}$$

$\sum X$ व $\sum X^2$ की गणना के लिए सारणी बनाने पर

सारणी 120

क्रम	X	X^2
1	16	256
2	15	225
3	14	196
4	11	121
5	18	324
6	12	144
$N = 6$	$\sum X = 86$	$\sum X^2 = 1266$

सारणी से सूत्र में मान रखने पर

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{1266}{6} - \frac{86 \times 86}{6 \times 6}} \\ &= \sqrt{211 - 205.444} \\ &= \sqrt{5.55} \\ &= 2.36\end{aligned}$$